INSTITUTO SUPERIOR DE FORMACIÓN DOCENTE Y TÉCNICA Nº 24

CURSO DE INGRESO 2024

PROFESORADO DE MATEMÁTICA

Primer encuentro

Introducción

El lenguaje que utiliza la Matemática tiene ciertos aspectos que, para algunas personas, lo hace difícil e inentendible.

Entre ellos aparecen los signos que representan las operaciones elementales, los símbolos que representan relaciones (como el igual, menor y mayor) y otros que hace que las afirmaciones que realicemos tengan sentido y contundencia (como la implicación o el condicional).

A nadie escapa la idea de que, en Matemática, se deben tener en cuenta muchos elementos para realizar construcciones conceptuales correctas y duraderas. Sin embargo, quienes sienten atracción por ella ponen el empeño suficiente como para superar esos desafíos y apropiarse de los "secretos" que ella encierra.

Números y Operaciones

Ahora vamos a trabajar un poco

1) ¿Qué conjuntos numéricos conocen? ¿Tienen idea por qué, esos conjuntos, llevan esos nombres?

2) Indicar en qué conjunto numérico pueden resolverse los siguientes problemas:

a) Laura está estudiando diseño y tiene que elaborar un cartel para una presentación. Para la tipografía que utilizará, puede optar por Arial, Time, Ventana o Comic. Para el color de letra, puede usar rosa, rojo o marrón. ¿Cuántas son en total?

b) Se quiere construir una tarima rectangular cuya superficie es 75cm2 de área, y cuyo largo sea tres veces su ancho. ¿Cuáles son las dimensiones de la tarima?

c) Encontrar todos los números que verifican que al multiplicarlos por su siguiente se obtiene por resultado 20.

d) Para obtener 10 litros de jugo, Paula utiliza 3 litros de extracto concentrado. ¿Cuántos litros de concentrado precisa para obtener 18 litros de jugo de igual sabor?

e) Hallar la longitud de la hipotenusa de un triángulo rectángulo isósceles cuyo lado sean 2 cm.

f) Encontrar, si existe, un número cuyo cuadrado sea -9.

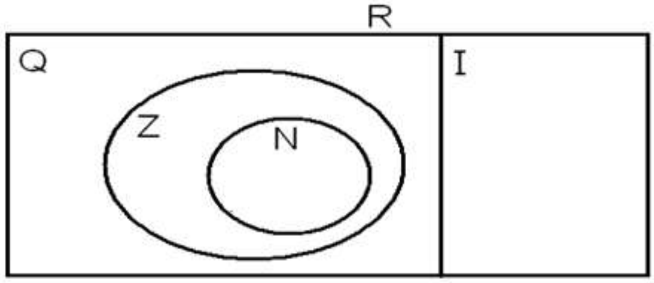
3) Resolver, si es necesario, luego ubicar los siguientes números en el conjunto al cual pertenezcan.

$* \, x^3 = 7$ $\quad * \, x^2 + 8 = 7$ $\quad * \, x^3 + 1 = -7$

$* \, 27.(x-1)^3 = 8$ $\quad * \, \sqrt{2{,}43}$ $\quad * \, \sqrt{x} - 1 = 7$

$* \, \sqrt{x+15} - 1 = 1$ $\quad * \, 2{,}\widehat{1}$ $\quad * \, \frac{\pi}{5}$

$* \, \sqrt[3]{x} - 4/3 = 3/2$ $\quad * \, 5.x^2 - 1 = -21$



4) Verificar cual de las siguientes operaciones da como resultado un número natural.

a) $8 + \frac{(3-2)^2}{4} - \sqrt{25} =$ b) $(4 - 2^2) + 3\sqrt{144} - \frac{16}{4} =$ c) $\frac{3}{4} + \frac{2}{5} - 1 =$ d) $\sqrt[3]{-27}.\sqrt{36}.\left(-\frac{1}{2}\right)^3 =$

5) Si es posible, ubicar cada elemento del siguiente conjunto en la categoría que corresponda:

$$\left\{0;\ -10;\ 50;\ -\pi;\ 0{,}532;\ \sqrt{7};\ 1.2\widehat{3};\ \frac{22}{7};\ \frac{2}{3}\right\}$$

a) Entero no natural.

b) Naturales no enteros.

c) Racionales no enteros.

d) Irracionales no reales.

e) Reales no racionales.

6) Determinar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, justificando cada respuesta.

a) $\sqrt{3}$ es un número irracional pero $2\sqrt{3}$ no lo es.

b) Todo número natural es racional.

c) $\sqrt{2}$ es un número irracional pero no real.

d) El único número racional mayor que $2{,}1$ y menor que $2{,}3$ *es* $2{,}2$.

e) Todo número real es racional.

f) $\sqrt{5}$ *y* $\sqrt{5}.\sqrt{45}$ son números irracionales

7) Colocar el símbolo $= o \neq$ según corresponda, para que los siguientes enunciados sean verdaderos.

a) $(20-7) - 8$ _____ $20 - (7-8)$ b) $(5+3)^2$ _____ $5^2 + 3^2$ c) $\frac{9.7}{15}$ _____ $\frac{9}{15}.\frac{7}{15}$

d) $\frac{9+7}{15}$ _____ $\frac{9}{15} + \frac{7}{15}$ e) 3.2^2 _____ 6^2 f) $-x^2$ _____ $(-x)^2$

<u>Segundo encuentro</u>

1) Ubiquen los números $2; 5;\ -3;\ 1/2;\ 3/4;\ 5/2\ y - 1\frac{3}{2}$ sobre una misma recta.

2) ¿Cómo ubicarían sobre una recta al número $\sqrt{2}$? ¿y $\sqrt{5}$?

3) Sabiendo que el segmento de recta representa la parte que se indica a continuación, ¿cómo reconstruirían la unidad?

1/2 

8/5 

6/7 

4) Sobre la recta se ubican dos puntos de referencia, ¿cómo ubicarían a los números: $3; 5;\ -2;\ 3/2;\ 2;\widehat{9}\ y\ 2\frac{1}{5}$

5) ¿Cuántos números racionales habrá entre los números $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{4}$?

6) ¿Qué significa calcular el cuadrado de un número?, ¿Y el cubo?, ¿Alguna vez tuvieron que elevar a un número distinto de 0 al exponente 0?, ¿Cómo se resolverá esta última situación? Y si el exponente es fraccionario, ¿cómo se calcula la potencia?

7) Calculemos las siguientes potencias: $3^2, -3^2, (-3)^2$. ¿Qué conclusiones se pueden extraer?

8) Ahora, calculemos estas otras potencias: $\frac{1^2}{5}$; $\left(\frac{1}{5}\right)^2$; $\left(-\frac{1}{5}\right)^2$; $\left(-\frac{1}{5}\right)^3$; $\left(-\frac{1}{5}\right)^0$ ¿Qué conclusiones podemos extraer?

9) Un poco "más difícil", ahora calculemos: $4^{\frac{1}{2}}$; $\left(-\frac{1}{27}\right)^{\frac{1}{3}}$; $0{,}64^{\frac{5}{6}}$; $1{,}04^{-\frac{5}{2}}$; $625^{0{,}75}$; $\left(-\frac{3}{2}\right)^{0{,}\hat{9}}$

10) Muy posiblemente también hayan tenido que calcular potencias de exponentes negativos. ¿Cómo se procede para que la operación se pueda procesar con los conocimientos que ya se tienen?

11) Aplicando lo anterior, ahora calculemos:

3^{-1} ; $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$; $\left(-\frac{3}{4}\right)^{-3}$; $0{,}25^{-4}$; $\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}$; $(-1000)^{-\frac{1}{3}}$; $0{,}01^{-\frac{1}{2}}$; $9^{-1{,}5}$; $25^{-0{,}3}$

12) En alguna oportunidad se les habrá presentado la necesidad de calcular alguna potencia de base 0. Cuando ello ocurre, ¿siempre se puede calcular la potencia con esa base?, ¿por qué? Muchas veces presentar algunos ejemplos aclara el panorama…

13) Como habrán visto, no siempre se pueden escribir las expresiones que representan a los números con notaciones sencillas. ¿Qué números que tengan infinitas cifras decimales y que no se puedan expresar como fracciones conocen? Otra vez, los ejemplos pueden enriquecer la respuesta.

14) Hay un número que se utiliza mucho en matemática y que se llama "número e" y cuya expresión decimal se calcula mediante $\left(1+\frac{1}{x}\right)^x$. Vamos a calcular algunas de sus aproximaciones, reemplazando a x por distintos números positivos. Luego discutiremos sobre los resultados obtenidos.

<u>**Tercer encuentro**</u>

1) Hallar la mínima expresión, aplicando las propiedades de la potenciación y radicación en cada caso. Resolver si es posible.

a) $\left(\frac{3}{4}\right)^5 . \left(\frac{3}{4}\right)^{-3} =$

b) $z^2 . z^{-1} . z^{-3} . z^5 =$

c) $\sqrt{162} : \sqrt{2} =$

d) $3^2 . 3^{-3} . 3^{-4} . 3^2 =$

e) $b^5 . b^8 : (b^2)^5 =$

f) $\sqrt{(8)^{1/2}} . \sqrt[4]{8} =$

h) $\frac{5^3}{(7-2)^3} =$

i) $\sqrt{\sqrt[3]{4}} . \sqrt[3]{\sqrt{6}} =$

j) $(2^2)^5 . \left(\frac{1}{2}\right)^3 : 2^4 =$

k) $\left(\left(\frac{3}{2}\right)^4\right)^{-1} =$

l) $\sqrt[6]{18^3} : \sqrt[4]{2^2} . \sqrt{6} =$

2) Justificar tu respuesta.

a) ¿Es $\left(3+\sqrt[2]{5}\right)^2$ un número irracional?

b) ¿Es $\sqrt{2} . \sqrt{6} . \sqrt{3} + \sqrt[3]{-9} . \sqrt[3]{3}$ un número entero?

c) $\frac{\left(\sqrt{8}-\sqrt{2}\right)^{4n+3} . \left(\sqrt{8}-\sqrt{2}\right)^{1-2n}}{\left(\sqrt{8}-\sqrt{2}\right)^{2n+2}} \in Z$.

d) $\sqrt[3]{-16} . \sqrt[3]{4} + \sqrt{2} . \sqrt{5} . \sqrt{10} \in \mathbb{I}$.

e) $3.3^{1/2} + 1 - \sqrt{27} + 9^{1/2} \in Z.$ f) $\left(\frac{\sqrt[4]{3^3}.\sqrt[3]{3^2}.\sqrt{3}}{\sqrt[3]{3^2}}\right)^4 \in \mathbb{N}$

3) Extrae factores de los siguientes radicales.

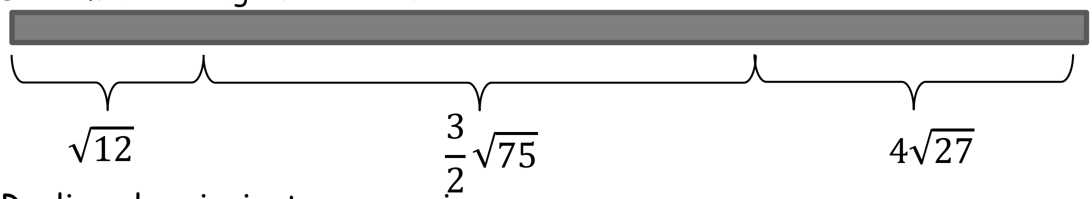
a) $\sqrt[3]{2^3.a^5}$ b) $\sqrt[3]{a^3.b^5.c^6}$ c) $\sqrt[4]{2^5.a^7}$ d) $\sqrt[3]{\frac{27}{625}}$

4) Considera los números $a = \sqrt{2}$; $b = \sqrt{2} + 3$; $c = 1 - \sqrt{2}$; $d = 3 - \sqrt{2}$ para analizar la validez de las siguientes afirmaciones.

a) $a + c \in I$ c) $2 . b \in R$ e) $a^2 \in Z$

b) $a - d \in Q$ d) $b . d \in N$ f) $d.b + d^2 - 1.b \in \mathbb{Z}$

5) Determinar la longitud de la cuerda:



6) Realicen las siguientes operaciones:

a) $\sqrt[4]{6} + 2\sqrt[4]{6} - 3\sqrt[4]{6} =$ b) $\sqrt{80} + \sqrt{45} - \sqrt[6]{8000} =$

c) $(5\sqrt{8}) - (3\sqrt{2}) =$ d) $(1 + 2\sqrt{2})(1 - 5\sqrt{3}) =$

e) $(\sqrt{3} + 2\sqrt{2})^2 =$ f) $7\sqrt{150} - 3\sqrt{18} + \sqrt{24} - \frac{3}{2}\sqrt{8} - \sqrt{6} =$

g) $9\sqrt[3]{16} - 3\sqrt[3]{54} + 8\sqrt[3]{250} - \sqrt[3]{2} =$

7) Resolver racionalizando el denominador.

a) $\frac{4}{\sqrt{18}} =$ b) $\frac{5}{\sqrt[5]{3^2}}$ c) $\left(\frac{\sqrt[5]{28}}{7}\right)^{-1} =$ d) $\frac{7}{\sqrt{10} - \sqrt{15}} =$ e) $\frac{10}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} =$ f) $\left(\frac{4 - 2\sqrt{2}}{\sqrt{18}}\right)^{-1} =$

8) Resolver los cálculos combinados:

a) $(\sqrt{2} - \sqrt{3}).\sqrt{6} =$

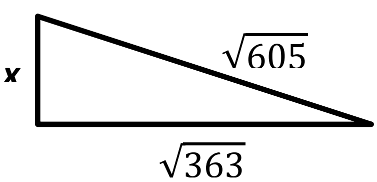
b) $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{8}} - \sqrt{20} =$

c) $\frac{4}{\sqrt{5}} - \frac{3}{\sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{7}} =$

d) $\frac{\sqrt{3}}{2} - (1 - \sqrt{3})^2 =$

9) Hallar el valor de la incógnita:

a)



b) $5(x + \sqrt{2}) - 4(x - \sqrt{200}) = \sqrt{72}$

c) $\frac{x - \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} - \sqrt{8}$